

# 一种新的数控机床轨迹控制方法

## ——轨迹调节法

北京航空学院 郇 极

**内容提要** 本文提出，以闭环轨迹控制方法去产生所要求的轨迹，以零件程序所给定的轨迹为系统的给定量，以机床进给运动产生的轨迹为系统的被调量。这种方法计算简便，动态精度较高，特别适用于2½座标的数控机床轨迹控制。

### Path regulating method—a new path control principle used on NC machine tools

**Abstract** With path regulating method, the required path is produced by closed-loop path control principle and the programmed path is used as the value to be regulated by the system. This method is especially suitable for 2½-axis NC machine tool path control system, because of easy calculation and excellent dynamic accuracy.

#### 一、轨迹控制

在数控机床上，刀具与零件之间的相对运动轨迹可以用直线段或圆弧段（有时也用抛物线段）来描述。轨迹控制的特点是：数控机床控制机能够根据给定的进给速度和轨迹条件，即根据零件程序输入的基本数据，例如直线的起点和终点座标，圆弧的起点、终点和圆心座标，产生两个或两个以上座标方向的同时运动，去形成刀具沿工件轮廓的相对运动轨迹。

##### 1. 通常的轨迹控制系统

通常的轨迹控制系统是由插补器和位置调节器串联组成的（图1）。插补器能够根据输入的基本数据计算出大量的曲线上的座标点。位置调节器不断地把这些点的座标值同机床工作点的实际位置进行比较，利用这个差值去产生控制信号，控制机床进给运动，把插补计算出的座标点转换成机床工作点的实际运动轨迹。

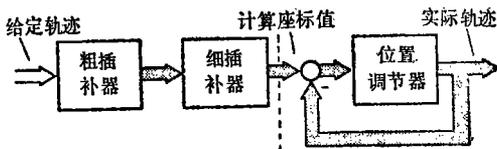


图1 通常的轨迹控制系统

如果轨迹控制的任务由微计算机来担任，那么通常要求它能够在5~8ms内完成一次插补运算。为了节省插补计算时间，人们又经常把插补器分成粗插补器和细插补器。以圆弧插补器为例，粗插补器利用递推计算公式计算出圆弧上的座标点，把圆弧分成许多小的直线段；细插补器再计算这些直线段上的座标点

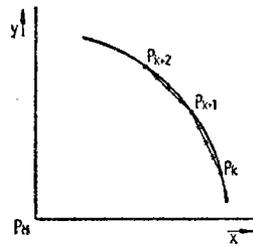


图2 粗插补器和细插补器的任务

（图2）。在CNC—数控机床上，粗插补的任务是依靠计算机软件来完成的，细插补的任务可以由计算机软件也可以由其他硬件插补器来完成。人们可以选用功能较强的微计算机、多微计算机或微计算机加硬件

插补器等方案，组成一个性能优越而且价格合理的轨迹控制系统。

##### 2. 轨迹调节器的工作原理

轨迹调节法与通常的轨迹控制方法的重要区别在于，它直接利用轨迹反馈去产生所要求的轨迹。它的工作原理如下（见图3和图4）：

在一个采样时刻，机床工作点的实际位置  $P_i(x_i, y_i)$  被测量并输入到轨迹调节器的输入端。

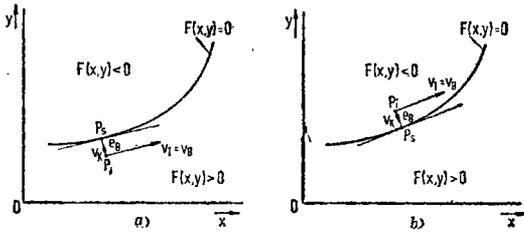


图 3 轨迹调节法的工作原理

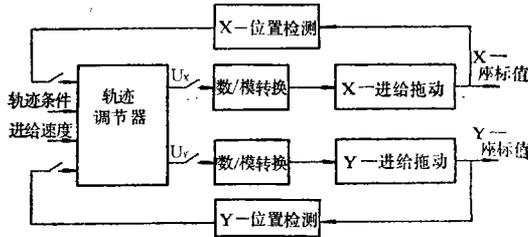


图 4 轨迹调节系统的结构

轨迹调节器根据给定的轨迹条件和工作点的座标值  $x_i, y_i$ ，计算出一个沿给定曲线切线方向的速度  $V_T$ ，它的模等于零件程序给定的进给速度  $V_B$ ，即  $|V_T| = |V_B|$ 。此外轨迹调节器还能确定在这个采样时刻的轨迹误差  $e_B$ 。由此产生一个补偿进给速度  $V_K$ 。 $V_K$  的大小由下式确定：

$$|V_K| = K_v \cdot |e_B| \quad (1)$$

公式中的  $K_v$  是速度放大系数。 $V_K$  的方向应该总是指向减小轨迹误差  $e_B$  的方向。 $V_B$  和  $V_K$  叠加之后通过数/模转换直接控制机床的 X 和 Y 一进给拖动系统，去产生所希望的机床进给运动。轨迹调节器以给定的计算周期  $T$  不断地重复上面计算。因此，机床工作点总是以要求的进给速度  $V_B$  沿着给定的曲线运动。如果工作点偏离了曲线，轨迹调节器就会根据轨迹误差给出一个补偿进给速度  $V_K$ ，去消除这个误

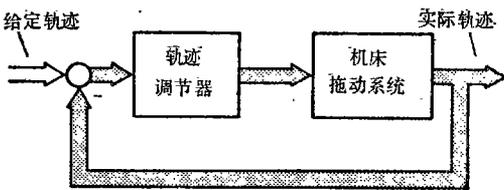


图 5 轨迹调节系统

差，直到它足够小为止。

下面我们比较图 1 和图 5。如果我们定义给定的轨迹条件为系统的给定量，实际的轨迹为系统的被调量，那么这种新的轨迹控制系统（图 5）是一个自动调节系统。因此我们定义它为轨迹调节系统，定义这种新的方法为“轨迹调节法”。而通常的轨迹控制系统（图 1）是一种开环控制系统，因为它的反馈只是接到位置调节器的输入端。

## 二、圆弧轨迹调节器

下面我们以圆弧轨迹调节器为例（图 6），详细地说明轨迹调节器的工作原理。在零件加

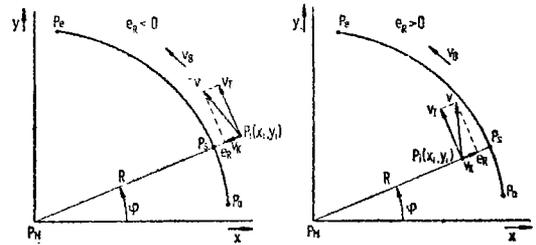


图 6 圆弧轨迹调节器的工作原理

工程序中，一个圆弧段是由起点  $P_a(x_a, y_a)$ 、终点  $P_e(x_e, y_e)$  和圆心  $P_m$  所给定的。这些座标值应该首先被变换到以圆心座标  $P_m$  为原点的座标系内。如果我们暂时不考虑终点判别，圆弧轨迹调节运算只需要以下的输入数据：

- $R$  —— 给定的圆弧半径；
- $V_B$  —— 给定的进给速度；
- $X_i$  —— 机床工作点的 X 座标值；
- $Y_i$  —— 机床工作点的 Y 座标值。

在轨迹调节运算开始之前的数据予处理阶段，可以由起点座标和圆心座标一次计算出圆弧半径  $R$ ，供给以后的轨迹调节计算使用。

在任意一个采样时刻，计算机通过机床的位置检测系统读入机床工作点的座标值  $x_i$  和  $y_i$ ，计算出实际的圆弧半径

$$R_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \quad (2)$$

和轨迹误差，即半径误差

$$e_R = R - R_i \quad (3)$$

圆弧  $\widehat{P_a P_e}$  把 X—Y 平面分成为两个部

分。对于  $X-Y$  平面上的所有点，我们有：如果  $e_R > 0$ ，实际工作点  $P_i$  是在给定圆弧的内侧；如果  $e_R < 0$ ，实际工作点  $P_i$  是在给定圆弧的外侧。切线速度  $V_T$  ( $|V_T| = |V_B|$ ) 在  $X$  轴和  $Y$  轴上的速度分量为：

$$V_{TX} = -V_B \sin \varphi = -V_B \frac{Y_i}{R_i}, \quad (4)$$

$$V_{TY} = V_B \cos \varphi = V_B \frac{X_i}{R_i}. \quad (5)$$

给定进给速度  $V_B$  的符号表示了进给运动的方向。如果  $V_B > 0$ ，进给运动是逆时针方向，如果  $V_B < 0$ ，进给运动是顺时针方向。

由式 1 可以看出，补偿进给速度  $V_K$  的大小应该与轨迹误差（这里是半径误差  $e_R$ ）成比例，并指向减少轨迹误差的方向。就是说，如果实际工作点  $P_i$  在圆弧的外侧，补偿速度  $V_K$  应该指向圆心方向；如果实际工作点  $P_i$  在圆弧的内侧， $V_K$  应该是在背离圆心的方向。它在  $X$  轴和  $Y$  轴上的速度分量为：

$$V_{KX} = e_R \cdot K_V \cdot \cos \varphi = e_R \cdot K_V \cdot \frac{X_i}{R_i}, \quad (6)$$

$$V_{KY} = e_R \cdot K_V \cdot \sin \varphi = e_R \cdot K_V \cdot \frac{Y_i}{R_i}. \quad (7)$$

所希望的机床进给速度  $V$  是由切向速度  $V_T$  和补偿速度  $V_K$  叠加产生的，它在  $X$  轴和  $Y$  轴上的速度分量是：

$$V_X = V_{KX} + V_{TX}, \quad (8)$$

$$V_Y = V_{KY} + V_{TY}. \quad (9)$$

以上公式在四个象限内和两个方向上是唯一确定的，因此它没有过象限的问题，在整个平面上有效。

$V_X$  和  $V_Y$  经过数/模转换后，在下一个采样周期控制着机床的进给运动。实际的圆弧轨迹就是由许多这样的采样控制计算和机床进给运动形成的。因为  $|V_X| \ll |V_T|$ ，而  $|V_T| = |V_B|$ ，所以在每个采样周期，机床工作点  $P_i$  沿圆弧运动一个距离：

$$\Delta S = V_B \cdot T. \quad (10)$$

$T$  是采样周期。这个圆弧实际上是由许多这样的小直线段组成的。轨迹误差  $e_R$  随着  $V_B$  和  $T$  的增大而增加，随着  $R$  的增加而减小<sup>[1]</sup>。

图 7 是圆弧轨迹调节器的系统框图。 $F_X(p)$  和  $F_Y(p)$  是  $X$  和  $Y$  进给拖动系统的传递函数，它们也是这个自动调节系统的被控对象。这是一个非线性的采样自动调节系统。给定半径  $R$  是系统的给定量，实际半径  $R_i$  是系统的被调量。对于这个系统，我们最关心它的调节精度，也就是半径误差  $e_R$  的大小与系统中各个参数之间的关系，直接利用解析的方法得到这个关系是有很大困难的。因此，我们在文献[1]中对图 7 系统进行了数字仿真，得出了半径误差  $e_R$  与轨迹条件  $R$ 、进给速度  $V_B$ 、拖动系统动特性  $\omega_{0A}$ 、 $D_A$ 、采样周期  $T$ 、速度放大系数  $K_V$  之间的关系。从而可以对轨迹调节器进行最佳设计。

因为轨迹调节运算将由微计算机来完成，所以计算公式 (2) 所需要的时间对于调节器的实现起着决定性的作用。为了避免开平方计算，缩短计算时间，我们不直接利用公式 (2) 和 (3) 去计算  $e_R$ ，而是用下面的近似方法。根据公式 (2)，我们有：

$$R_i = R - e_R,$$

$$\text{和} \quad R_i^2 = (R - e_R)^2 = R^2 - 2 R e_R + e_R^2. \quad (11)$$

用  $R_i^2 = X_i^2 + Y_i^2$  代入式 (11) 后得到：

$$X_i^2 + Y_i^2 = R^2 - 2 R e_R + e_R^2. \quad (12)$$

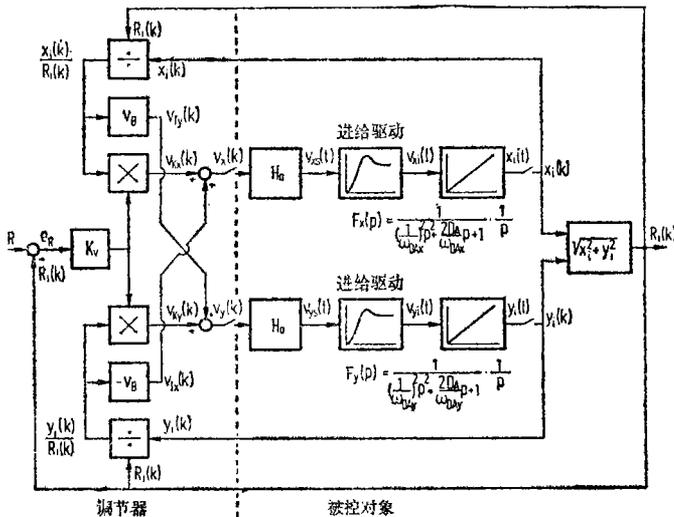


图 7 圆弧轨迹调节系统的框图

因为  $e_R^2 \ll 2 \cdot R \cdot e_R$ ，可由式 (12) 近似地计算出半径误差：

$$e_R \approx \frac{R^2 - (X_i^2 + Y_i^2)}{2R} \quad (13)$$

为了避免双字长数的平方计算(在一个 16 位字长的微计算机中,  $X_i$  和  $Y_i$  是用双字长来表示的), 我们可以利用递推公式来求  $R^2 - (x_i^2 + y_i^2)$ 。

$$\begin{aligned} F_k(R, R_{i,k}) &= R^2 - (x_{i,k}^2 + y_{i,k}^2) \\ &= R^2 - [(x_{i,k-1} + \Delta x)^2 + (y_{i,k-1} + \Delta y)^2], \end{aligned} \quad (14)$$

式中的  $k$  表示采样顺序,  $\Delta x$  和  $\Delta y$  是在两次采样之间工作点的位移。式 (14) 也可以写成：

$$\begin{aligned} F_k(R, R_{i,k}) &= F_{k-1} - \Delta X(2x_{i,k-1} + \Delta x) \\ &\quad - \Delta Y(2y_{i,k-1} + \Delta y), \end{aligned} \quad (15)$$

在圆弧起点, 我们有初始值:  $F_0 = 0$ 。

图 8 是圆弧轨迹调节器的计算程序和采用的数据形式。在这里, 许多计算都是用单字长运算来完成的。因为轨迹调节器的这种闭环结构可以修正它自己的计算误差, 所以我们可以采用一些近似计算方法。图中的轨迹调节计算(不包括数据预处理), 在  $TMS 9900/100 M$  微计算机上大约只需要  $3 ms$  的时间。

### 三、在数控机床下的试验结果

为了实际验证轨迹调节法的正确性, 在一

台数控铣床上进行了试验。利用  $TMS 9900/100 M$  微计算机担任轨迹调节计算任务。这台机床具有直流电机拖动的进给系统, 它具有如下的动特性: 固有频率  $\omega_{0A} = 110 1/s$ , 阻尼系数  $D_A = 0.8$ 。位置检测系统的分辨率为  $i = 0.004 mm$ 。根据 [1], 我们选择速度放大系数  $K_V = 0.7 \omega_{0A} = 80 1/s$ , 采样周期  $T = 0.5 / \omega_{0A} = 0.004 s$ 。

在试验时, 机床工作点的瞬时位置被存在计算机中。经过处理之后, 由绘图机绘出给定的

轨迹和实际的轨迹。为了在图上清楚地看出轨迹误差, 图 9(a, b) 给出了在同一台机床上用通常的轨迹控制方法得到的轨迹放大图, 以便进行精度比较。

一系列的试验证明, 轨迹调节法具有动态精度高的特点。这是因为通常的轨迹控制系统具有一个位置调节环节。当给定量变化时, 在被调量与给定量之间就

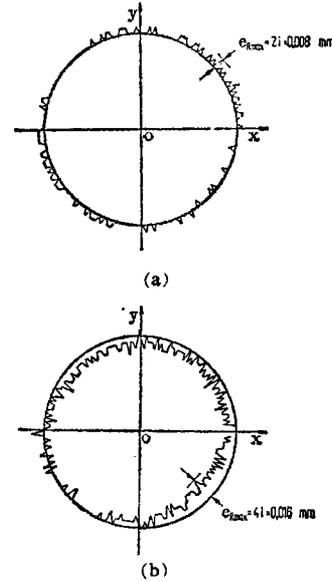


图 9 在机床上测得的轨迹误差  
 $R = 50 mm$ ;  $V_a = 1200 mm/min$ ;  
 $\omega_{0A} = 110 1/s$ ;  $D_A = 0.8$ ;  
 $i = 0.004 mm$

存在着一个速度误差, 它会引起轨迹误差。

### 四、总结

目前使用在 CNC—数控机床上的轨迹控制系统大部分都是由插补器和位置调节器串联组成的。这种结构是直接从 NC—数控机床硬件轨迹控制系统发展而来的, 人们用计算机软件程序取代了硬件插补运算。

轨迹调节法依靠一种全闭环的工作方式, 去产生所要求的轨迹, 因此它能够自动纠正一些计算误差, 如截断误差; 它也没有误差累积

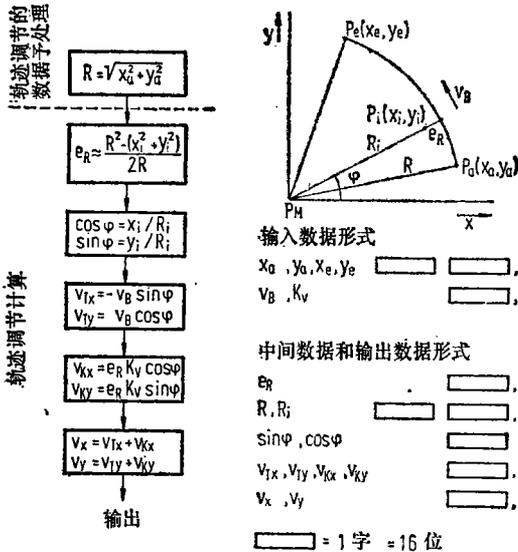


图 8 圆弧轨迹调节计算程序和数据形式

# 卸荷主轴的刚度计算

太原工学院 徐 侠 阎 瑾 王天沁  
郭勇智 王晓刚

一个抗振性优良的主轴部件，必须具有很高的静刚度、大的阻尼比和尽可能高的固有频率。主轴的跨距是决定主轴部件静刚度的一个重要因素。关于主轴最佳跨距的计算国内外虽然已发表一些资料，但几乎都采用的是图解法，其原因是认为用数学算法十分麻烦，一些公式不易求解，因此目前在设计主轴方面尚缺少一组解析计算公式。鉴于图解法普遍存在取值范围有限，难以包括完全和有插值误差与视差等缺点，本文则主要以数学解析法推导出主轴最佳跨距及最大刚度计算公式，其取值范围不受线图容量的限制，尤其适合各参数复杂搭配的情况，用小型电算器可在很短时间内得到准确的解答，作为设计主轴的重要依据。

本文所采用的符号和单位

- $a$ ——主轴悬伸长 cm;
- $D, d_1$ ——主轴当量外径及孔径 cm;
- $J$ ——两支承间惯性矩  $\text{cm}^4$ ;
- $P$ ——切削力 kgf;
- $b$ ——传动力至前支承距离 cm;
- $K_A, K_B$ ——前后支承刚度  $\text{kgf}/\mu\text{m}$ ;
- $e$ ——系数  $e = 6 EJ/K_A$ ;
- $L$ ——支承跨距 cm;
- $E$ ——弹性模量; 钢:  $E = 2.1 \times 10^6 \text{kgf}/\text{cm}^2$ ;

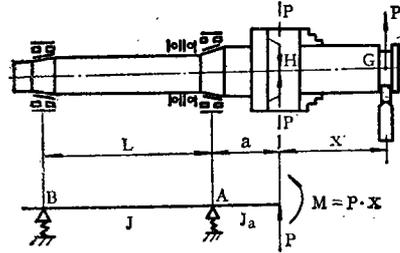


图 1

- $J_a$ ——悬伸段惯性矩  $\text{cm}^4$ ;
- $Q$ ——传动力 kgf;
- $M$ ——弯曲力矩  $\text{kgf}\cdot\text{cm}$ ;
- $R_A, R_B$ ——两支承刚度比  $R_A = K_A/K_B$ ;
- $x$ ——切削力至主轴端点距离 cm。

计算图 1 中切削力  $P$  引起主轴的径向载荷和弯曲力矩时，由于主轴部件的刚度规定为主轴端部  $H$  点的刚度，因此将力  $P$  向  $H$  点简化，可以认为主轴端  $H$  点受有径向力  $P$  和力矩  $M = Px$ 。以下对其分别进行讨论。

## 一、只承受 $P$ 力的主轴部件

主轴受  $P$  力后，主轴本身和支承都要产生变形，它们都会使主轴端部产生挠度  $y_P$ ，其计算公式为：

$$y_P = P \left[ \frac{a^3}{3EJ_a} + \frac{La^2}{3EJ} + \frac{1}{K_A} \left( 1 + \frac{a}{L} \right)^2 + \frac{1}{K_B} \left( \frac{a}{L} \right)^2 \right] \quad (1)$$

和传播的问题，可以降低某些计算的精度要求，减少计算时间；调节计算公式通常是唯一确定的，这也给它的设计带来很大的方便。以圆弧轨迹调节器为例，它的控制公式在所有四个象限和两个进给方向上都有效，不必考虑过象限问题。

轨迹调节原理同样可以应用于直线和抛物线轨迹控制。抛物线轨迹调节法的特点是它能够产生一个较高的和恒定的进给速度。

利用轨迹调节法可以方便地控制两个座标同时运动。如果控制多座标的同时直线运动，

调节方程则变得复杂，不如通常的直线插补计算简便。因此轨迹调节法特别适用于  $2 \frac{1}{2}$  座标的 CNC—数控机床的轨迹控制。

## 参 考 文 献

- [1] J. Huan, "Bahnregelung zur Bahnerzeugung an numerisch gesteuerten Werkzeugmaschinen." Springer-Verlag Berlin. Heidelberg. New York 1982.
- [2] J. Huan, "Bahnregelung an numerisch gesteuerten Werkzeugmaschinen." «wt-Zeitschrift für industrielle Fertigung» September 1982.